

Компонент ОПОП 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки) Математика. Физика

Б1.О.07.02

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплины  
(модуля)

Алгебра и теория чисел

Разработчик (и):  
Неделько Наталья Станиславовна  
ФИО  
доцент кафедры ВМиФ  
должность

канд. экон. наук  
ученая степень,  
звание

Утверждено на заседании кафедры  
Высшей математики и физики  
наименование кафедры

протокол № 5 от 27.02.2025

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



подпись

В.В. Левитес  
ФИО

Мурманск  
2025

## Пояснительная записка

Объем дисциплины 9 з.е.

### 1. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с индикаторами достижения компетенций, установленными образовательной программой

Компетенции	Индикаторы достижения компетенций <sup>1</sup>	Результаты обучения по дисциплине (модулю)
<p>ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</p>	<p>ИД-1ОПК-8 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний, в том числе в предметной области.</p> <p>ИД-2ОПК-8 Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания предметной области, психолого-педагогические знания и научно-обоснованные закономерности организации образовательного процесса.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа,</li> <li>– формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства,</li> <li>– возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;</li> <li>– методы математического анализа, необходимые для решения профессиональных задач</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать задачи по всем разделам курса, применять теоретический материал;</li> <li>– вычислять пределы, находить производные и вычислять интегралы;</li> <li>– используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями;</li> <li>– применять методы математического анализа к доказательству теорем и решению задач;</li> <li>– использовать математический аппарат для обработки технической и педагогической информации и анализа данных;</li> <li>– строить устную и письменную речь логически верно;</li> <li>– доказывать утверждения математического анализа;</li> <li>– уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p>

<sup>1</sup> Указываются индикаторы достижения компетенций, закрепленные за данной дисциплиной (модулем)

		<ul style="list-style-type: none"> <li>– современными знаниями о математическом анализе и его приложениях;</li> <li>– аппаратом математического анализа;</li> <li>– методами доказательства утверждений;</li> <li>– методами и приемами решения практических задач и доказательства утверждений;</li> <li>– методами построения математических моделей типовых профессиональных задач;</li> <li>– способностью к обобщению, анализу, постановке цели и выбору путей ее достижения</li> </ul>
--	--	--

### Содержание дисциплины (модуля)

#### Тема 1. Основные понятия алгебры.

- Операции. Свойства операций.
- Полугруппы и группы. Группа подстановок. Циклическая запись. Четные и нечетные подстановки.
- Кольцо вычетов по модулю. Поля вычетов. Основные числовые поля.
- Матрицы. Единичная и обратная матрица. Определитель матрицы. Свойства определителя. Критерий существования обратной матрицы и формула.

#### Тема 2. Элементы теории чисел.

- Теория делимости. НОД и алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики.
- Сравнения. Решение сравнений первой степени. Системы линейных сравнений.
- Конечные и бесконечные цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Основные свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей. Приближения действительных чисел подходящими дробями.
- Квадратичные вычеты.

#### Тема 3. Алгоритм шифрования RSA.

- Полная и приведенная система вычетов по данному модулю.
- Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
- Недетерминированный алгоритм проверки простоты числа. Алгоритм RSA.

#### Тема 4. Кольца и поля.

- Комплексные числа.
- Нестандартные примеры полей. Изоморфизмы и автоморфизмы полей. Расширения и простые подполя.
- Простые алгебраические расширения полей. Конечные расширения полей. Трансцендентные числа.

#### Тема 5. Векторные пространства.

- Векторные пространства. Пространство строк. Линейная независимость. Лемма о замене. Базис и размерность. Теорема о базисе. Изоморфизм векторных пространств.
- Подпространства. Линейная оболочка. Ранг системы векторов. Линейные многообразия. Евклидовы пространства.
- Ортогональные и ортонормированные системы векторов в Евклидовом пространстве. Процедура ортогонализации.

#### Тема 6. Системы линейных уравнений.

- Матричная запись. Частное решение. Общее решение. Однородные и

неоднородные системы линейных уравнений: фундаментальная система решений, общее решение.

- Теорема Кронекера-Капелли.
- Крамеровские системы линейных уравнений.

#### **Тема 7. Многочлены.**

- Многочлены от одной переменной над полем. Деление многочленов.
- НОД многочленов. Алгоритм Евклида.
- Разложение на неприводимые множители. Корни многочлена.
- Кратность. Теорема Безу и ее следствия. Схема Горнера.
- Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
- Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
- Многочлены над полем действительных чисел.

#### **Тема 8. Линейные преобразования.**

- Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования. Матрицы линейного преобразования в разных базисах. Сопряженные матрицы.
- Собственные числа и собственные векторы преобразования и матрицы.
- Ортогональные преобразования. Ортогональные матрицы. Критерий ортогональности матрицы.

#### **Тема 9. Квадратичные формы.**

- Приведение к каноническому виду ортогональным преобразованием.
- Положительно определенные квадратичные формы и соответствующее им скалярное произведение.

### **3. Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины (модуля)**

- методические указания к выполнению практических/контрольных работ представлены в электронном курсе в ЭИОС МАУ;
- методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины (модуля) представлены на официальном сайте МАУ в разделе «Информация по образовательным программам, в том числе адаптированным».

### **4. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Является отдельным компонентом образовательной программы, разработан в форме отдельного документа, включает в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины (модуля);
- задания текущего контроля;
- задания промежуточной аттестации;
- задания внутренней оценки качества образования.

### **5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы (печатные издания, электронные учебные издания и (или) ресурсы электронно-библиотечных систем)**

#### **Основная литература:**

1. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 421 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Режим доступа : <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-425852>
2. Виноградов, И. М. Основы теории чисел / И. М. Виноградов. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 102 с. — (Серия : Антология мысли). — ISBN 978-5-534-09553-1. — Режим доступа : <https://urait.ru/book/osnovy-teorii-chisel-441837>
3. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учеб. пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 160 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Режим доступа :

- <https://urait.ru/book/algebra-i-teoriya-chisel-gruppy-kolca-i-polya-441295>
4. Ларин, С. В. Алгебра: многочлены : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 136 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07825-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493274>
- Дополнительная литература:**
5. Крупский, В. Н. Теория алгоритмов. Введение в сложность вычислений : учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры / В. Н. Крупский. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 117 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-04817-9. — Режим доступа : <https://urait.ru/book/teoriya-algoritmov-vvedenie-v-slozhnost-vychisleniy-444131>
  6. Нестерова, Л. Ю. Теория чисел : учебник и практикум для вузов / Л. Ю. Нестерова, С. В. Напалков. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14921-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/book/teoriya-chisel-497147>
  7. Пахомова Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: Учебное пособие для вузов / Е. Г. Пахомова, С. В. Рожкова. - Москва : Издательство Юрайт, 2022. - 110 с. - ISBN 978-5-534-08428-3 — Режим доступа : <https://urait.ru/book/lineynaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadaniy-490366>

## **6. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

- 1) *Государственная система правовой информации - официальный интернет-портал правовой информации* - URL: <http://pravo.gov.ru>
- 2) *Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»* - URL: <http://window.edu.ru>
- 3) *Справочно-правовая система. Консультант Плюс* - URL: <http://www.consultant.ru/>
- 4) *ООО «Современные медиа технологии в образовании и культуре»* <http://www.informio.ru/>

## **7. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства**

- 1) *Офисный пакет Microsoft Office 2007*
- 2) *Свободно распространяемое программное обеспечение отечественного производства: DJVuReader*
- 3) *Свободно распространяемое программное обеспечение зарубежного производства: Adobe Reader*

## **8. Обеспечение освоения дисциплины лиц с инвалидностью и ОВЗ**

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ОВЗ обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)** представлено в приложении к ОПОП «Материально-технические условия реализации образовательной программы» и включает:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебная мебель, ПК, оборудование для демонстрации презентаций, наглядные пособия;
- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду МАУ.

## 10. Распределение трудоемкости по видам учебной деятельности

Таблица 1 - Распределение трудоемкости

Вид учебной деятельности <sup>2</sup>	Распределение трудоемкости дисциплины (модуля) по формам обучения					
	Очная					
	Семестр					Всего часов
	1	2	3			
Лекции	24	24	14			<b>62</b>
Практические занятия	36	32	20			<b>88</b>
Лабораторные работы						
Самостоятельная работа	48	52	2			<b>102</b>
Подготовка к промежуточной аттестации	36		36			<b>72</b>
<b>Всего часов по дисциплине</b>	<b>144</b>	<b>108</b>	<b>72</b>			<b>324</b>
/ из них в форме практической подготовки						

### Формы промежуточной аттестации и текущего контроля

Экзамен	+		+			
Зачет/зачет с оценкой		3				

### Перечень практических занятий по формам обучения<sup>3</sup>

№ п/п	Темы практических занятий
1	2
1 семестр	
1	Операции. Свойства операций.
2	Группа подстановок
3	Кольцо вычетов по модулю
4	Матрицы. Операции над матрицами.
5	Определители.
6	Обратная матрица
7	Теория делимости.
8	НОД и алгоритм Евклида
9	Сравнения. Решение сравнений первой степени
10	Системы линейных сравнений
11	Решение задач
12	Конечные и бесконечные цепные дроби
13	Подходящие дроби. Приближения действительных чисел подходящими дробями
14	Квадратичные вычеты

<sup>2</sup> При отсутствии вида учебной деятельности, формы промежуточной аттестации и текущего контроля соответствующая строка может быть удалена

<sup>3</sup> Если практические занятия не предусмотрены учебным планом, таблица может быть удалена

15	Полная и приведенная система вычетов по данному модулю
16	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма
17	Алгоритм RSA
18	Решение задач
<b>2 семестр</b>	
1	Комплексные числа. Мнимая единица. Степени мнимой единицы.
2	Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическое представление комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
3	Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме
4	Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в показательной форме. Корень n-й степени из комплексного числа. Геометрическая иллюстрация значений корня
5	Области комплексной плоскости.
6	Векторные пространства. Базис и размерность. Пространство строк. Линейная независимость.
7	Ортогональные и ортонормированные системы векторов в Евклидовом пространстве. Процедура ортогонализации
8	Системы линейных уравнений. Матричная запись. Общее решение. Частное решение
9	Решение СЛУ методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли
10	Решение СЛУ методом Крамера
11	Решение СЛУ матричным методом.
12	Многочлены от одной переменной над полем. Деление многочленов
13	НОД многочленов. Алгоритм Евклида
14	Разложение на неприводимые множители. Корни многочлена. Кратность. Теорема Безу.
15	Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами
16	Многочлены над полем действительных, комплексных чисел
<b>3 семестр</b>	
1	Линейные преобразования. Матрица линейного преобразования в данном базисе
2	Матрица перехода от базиса к базису. Матрицы линейного преобразования в разных базисах.
3	Действия с линейными операторами
4	Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований и матриц. Алгоритм поиска
5	Ортогональные преобразования. Ортогональные матрицы. Критерий ортогональности матрицы
6	Квадратичные формы. Матричная запись
7	Приведение симметрической матрицы к диагональному виду ортогональным преобразованием.
8	Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.
9	Ортонормированный базис из собственных векторов симметрического преобразования.
10	Положительно определенные квадратичные формы и соответствующее им скалярное произведение.